EXERCICES PRATIQUES DU MODULE 2 (Partie A)

LA THÉORIE DE LA DÉFORMATION

DÉFORMATION HOMOGÈNE ET HÉTÉROGÈNE

Il existe plusieurs types de situations de déformation homogène, soit le cisaillement pur et le cisaillement simple. On dira qu'une déformation est homogène, si les conditions énoncées ci-dessous sont respectées. Pour tous les autres cas, on dira que la déformation est hétérogène.

- Les droites de l'objet non-déformé demeurent des droites après déformation.
- Des lignes parallèles de l'objet non-déformé demeurent parallèles après déformation.

Pour les deux exemples de la figure 1, on peut dire que l'objet, ici le carré unitaire blanc, a subi une déformation homogène car les deux conditions énoncées précédemment sont respectées.

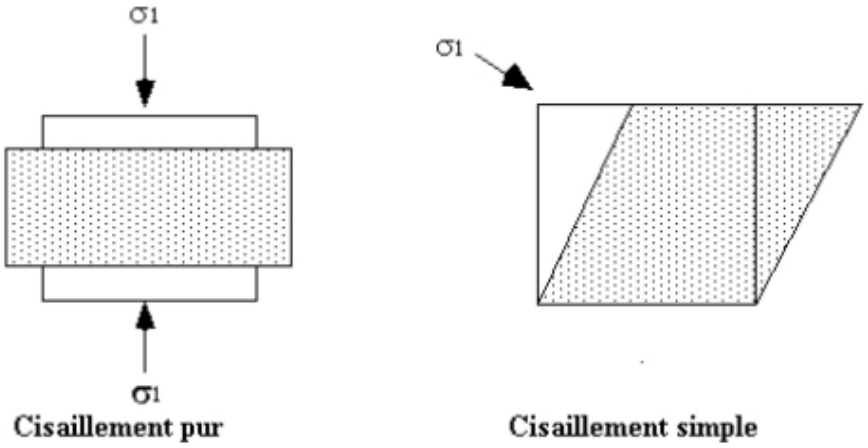


Figure 1

La déformation finie est généralement représentée graphiquement par le changement de forme d'un cercle hypothétique de rayon unitaire ou d'un carré de dimension unitaire (fig. 2). Après une déformation homogène, le cercle prendra l'allure d'une ellipse (une sphère et un ellipsoïde si on travaille en 3D). L'axe long et l'axe court, soient les axes principaux de cette ellipse, correspondent aux axes principaux de la déformation (S_1 et S_3).

Bien souvent, les objets géologiques se déformeront de façon hétérogène, i.e. les conditions de la déformation homogène ne seront pas respectées. Dans l'exemple suivant, les droites de l'objet non-déformé ne sont plus des droites après déformation et les droites originellement parallèles dans l'objet non-déformé ne sont pas tout à fait parallèles les unes aux autres après déformation.

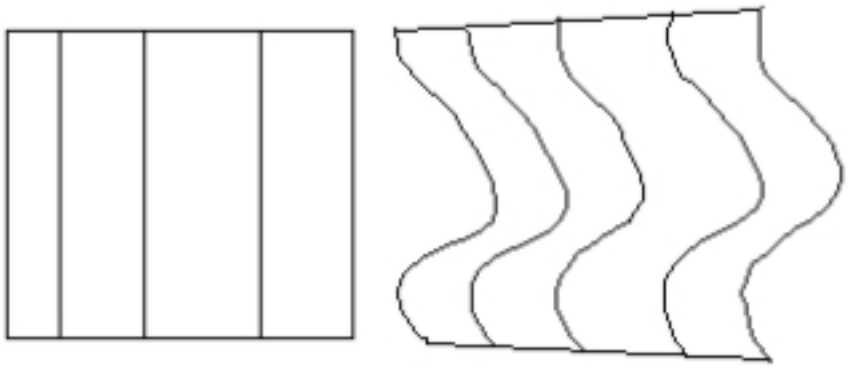


Figure 2 Déformation hétérogène.

CISAILLEMENT PUR (APLATISSEMENT) ET CISAILLEMENT SIMPLE

Pour un **cisaillement pur**, sous l'effet de la déformation, le carré initial devient un rectangle. Les axes principaux de la déformation, i.e. S_1 et S_3 de l'ellipse de la déformation, ne subissent aucune rotation d'un état de déformation à l'autre. On parle ainsi de déformation non rotationnelle. Dans ce cas, pour chacune des déformations infinitésimales, les axes principaux de la déformation auront la même orientation et on dira que l'accumulation de la déformation se fera de façon coaxiale, i.e. toujours selon le même axe (figure 2).

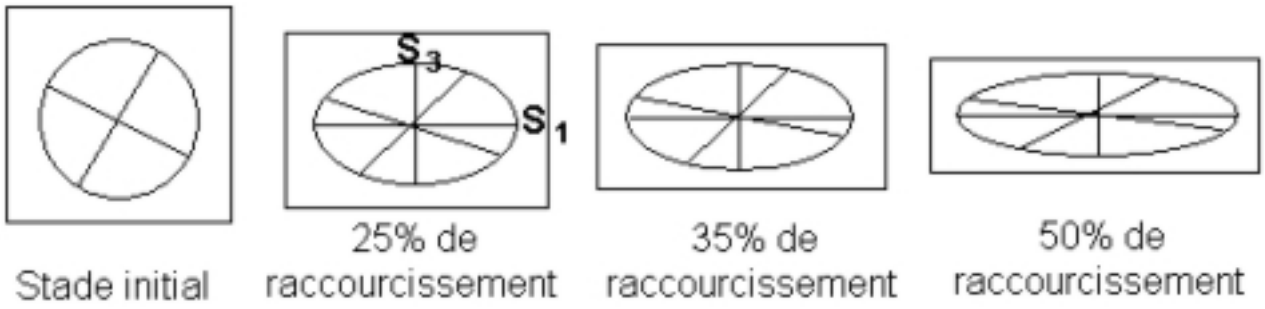


Figure 3: Cisaillement pur (déformation coaxiale)

Pour une déformation en **cisaillement simple**, comme la contrainte principale est oblique aux côtés du carré (figures 3 et 4) le carré initial se déforme en un parallélogramme dont les cotés s'allongent progressivement pour une déformation croissante mais dont les surfaces inférieures et supérieures ne se déforment pas, bien que la surface supérieure change de position dans l'espace. L'accumulation de la déformation se fait de façon non coaxiale car les axes principaux de la déformation changent d'orientation d'un état de déformation à l'autre. Aussi, deux droites originalement perpendiculaires avant la déformation, ne resteront pas perpendiculaires dans l'état déformé. On dira alors que la déformation est **rotationnelle**.

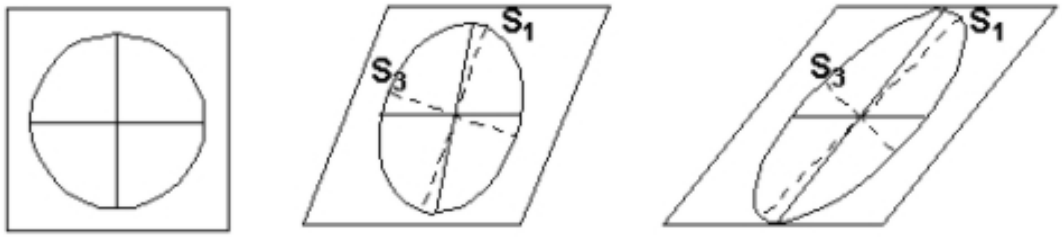


Figure 4: Déformation par cisaillement simple

Lorsqu'on superpose l'état initial d'un cercle non déformé à son état final déformé, soit l'ellipse de la déformation, il est possible de tracer deux lignes de longueur unitaire, et dont leur longueur initiale est égale à leur longueur finale, passant par le centre du cercle et de l'ellipse. Ces lignes correspondent à des lignes sans déformation finie qui ne subissent pas d'allongement ni de raccourcissement. Ces lignes séparent deux champs de déformation de l'ellipse soit le champ de raccourcissement et le champ d'allongement (figure 4).

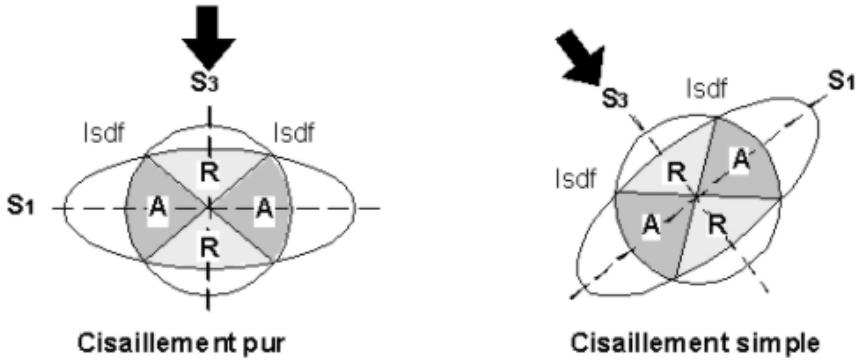


Figure 5: Lignes sans déformation finie (lsdf) et champs d'allongement (A) et de raccourcissement (R).

LES ÉQUATIONS DE LA DÉFORMATION

Plusieurs paramètres permettent de caractériser la déformation d'un objet déformé par un régime en cisaillement pur ou en cisaillement simple. Les équations de la déformation linéaire comparent la dimension initiale d'un objet non-déformé à sa dimension finale (figure 6). Pour une droite contenue dans un objet déformé d'une longueur initial l_i , les équations tiendront compte de la longueur finale de la droite à l'état déformé final l_f. Les paramètres de la déformation linéaire sont:

- L'allongement relatif ou extension : $e = dl/l = (l_f - l_i)/l_i$ (*extension ou engineer's extension*).
- L'étirement : $S = l_f / l_i = 1 + e$ (*stretch*).
- L'élongation quadratique : $\lambda = (1 + e)^2$ (*Quadratic extension*) aussi = $[(l_i/l_i) + (l_f - l_i)/l_i]^2 = (l_f / l_i)^2$.

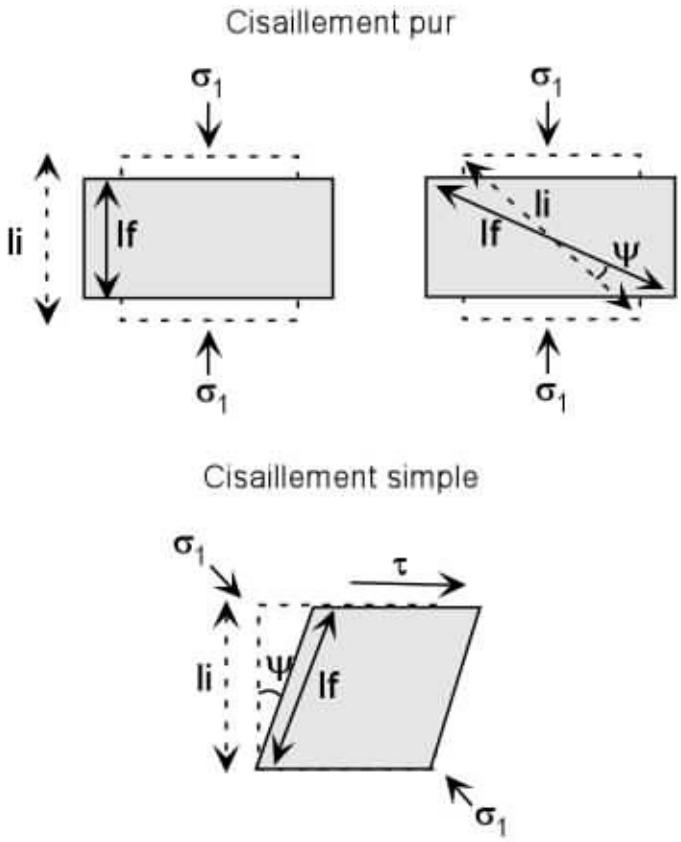


Figure 6: Paramètres de la déformation pour des régimes de déformation en cisaillement pur et en cisaillement simple.

Le rapport entre les axes d'allongement maximal et minimal nous fournit un autre indice du taux de déformation, appelé "ellipticité" référant à la forme plus ou moins elliptique du cercle initial déformé.

- L'ellipticité: $R = S_1/S_3 = (1 + e_1)/(1 + e_3)$.

Les paramètres de la déformation angulaire tiendront compte du changement d'orientation d'une droite contenue dans un objet déformé. Ce changement d'orientation est mesuré par la déviation angulaire d'une droite de son état initial à son état déformé final (figure 6). Deux paramètres caractérisent la déformation angulaire, soit le cisaillement angulaire ψ et la déformation cisaillante $\gamma = tg\psi$.

Pour effectuer les exercices suivants, utilisez une boîte de déformation disponible au local 4105. Cette boîte de déformation contient un paquet de cartes, une série de biseaux en bois taillés à angle fixe (30°, 45°, et 60°) et des biseaux de forme irrégulière. Un carré de dimension unitaire (7 cm), un cercle de rayon unitaire qui touche le carré en quatre points tangents (rayon de 3,5 cm) et des lignes de différentes orientations sont tracés sur le paquet de cartes. Les exercices qui suivent vous aideront à assimiler certaines notions de la théorie de la déformation. Vous pourrez imposer une déformation au paquet de carte à l'aide des différents biseaux.

EXERCICE 1 - La déformation homogène

Utilisez les biseaux à 45° et imposez un cisaillement simple au paquet de cartes. Le carré devient alors un parallélogramme. Calquez le carré initial et le parallélogramme résultant de la déformation sur une feuille de papier en superposant la base des deux formes géométriques (le carré et le parallélogramme).



Figure 1: Schéma de l'exercice 1

1. Y a-t-il eu déformation du carré? Y a-t-il eu distorsion et/ou dilatation?

2. Comment pouvez-vous prouver que le carré a été déformé?

3. Y a-t-il eu des changements de forme, de longueur de certaines lignes ou d'angle entre deux lignes?

4. Peut-on quantifier la déformation? Si oui, de quelle(s) façon(s) et quels sont les résultats obtenus?

5. S'agit-il d'une déformation homogène ou hétérogène? D'une déformation par cisaillement pur ou par cisaillement simple? Justifiez votre réponse.

EXERCICE 2 - La déformation hétérogène

Replacez maintenant le paquet de cartes à son état initial non déformé pour retrouver le carré initial de dimension unitaire. Servez vous maintenant des biseaux de forme irrégulière et déformez à nouveau le paquet de cartes.



Figure 2: Schéma de l'exercice 2

1. Décrivez la forme du carré initial dans son état déformé?

2. Y a-t-il eu des changements de forme, de longueur de certaines lignes ou d'angle entre deux lignes perpendiculaires de l'état initial à l'état déformé?

3. Peut-on quantifier la déformation? Comment?

4. Quantifiez la déformation linéaire en mesurant deux lignes parallèles entre elles. Choisissez des lignes verticales et horizontales (les côtés du carré) ainsi que des lignes obliques, parallèles à la diagonale du carré initial que vous aurez tracé sur les cartes dans leur état initial (non déformé).

EXERCICE 3 - L'ellipse de la déformation

Replacez le paquet de carte dans son état initial non déformé. Utilisez maintenant les biseaux à 30° et imposez un cisaillement simple au paquet de cartes. Le cercle devient alors une ellipse. Calquez cette ellipse sur une feuille de papier et inscrivez-y les axes principaux de la déformation (axe long et axe court) en plus d'une ligne horizontale passant par le centre de l'ellipse, tel qu'illustré ci-dessous à la figure 3. Refaites le même exercice en vous servant des biseaux à 45° et 60° de façon à obtenir des ellipses de forme différente que vous superposerez sur la feuille de papier.

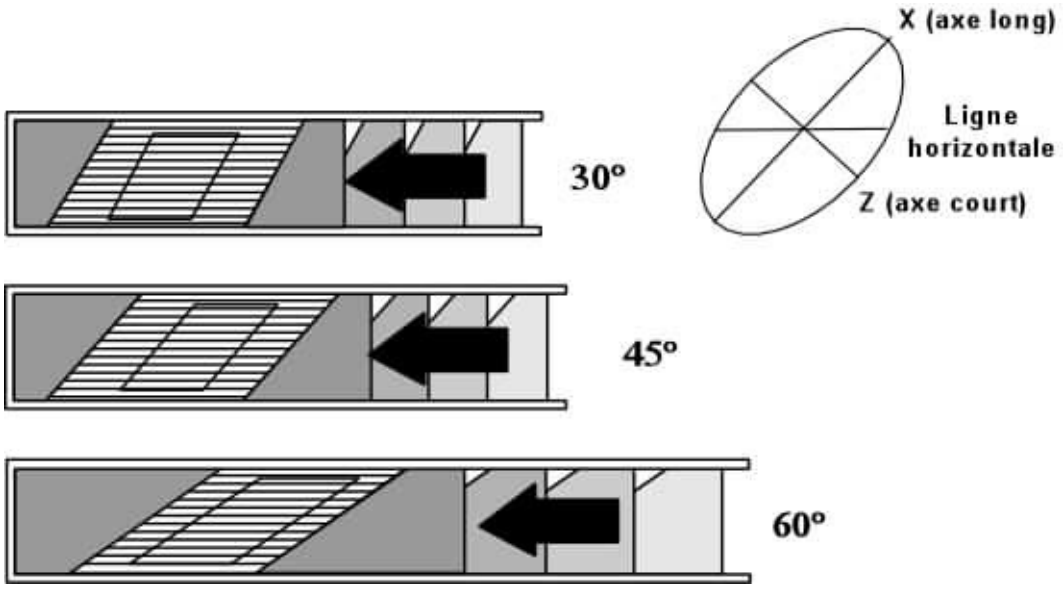


Figure 3: Schéma de l'exercice 3

1. Quelle est le rapport entre l'axe long et l'axe court des ellipses dans chacun des cas?

2. Peut-on quantifier la déformation à chaque stade de la déformation progressive, i.e. pour chacune des ellipses produites? De quelle(s) façon(s)?

3. Calculez la déformation linéaire en mesurant la longueur des axes long et court des ellipses (e et S). Calculez l'ellipticité R.

4. Y a-t-il eu dilatation? Faites-en la preuve (surface d'un cercle = πr^2 et surface d'une ellipse = πXZ).

5. Évaluez la déformation angulaire en calculant le cisaillement angulaire ψ et la déformation cisaillante $\gamma = tg\ \psi$ pour chaque stade de la déformation progressive.

6. Peut-on trouver une direction selon laquelle la longueur des lignes demeure inchangée d'un stade de déformation à l'autre? Pour vous aider, superposez le cercle initial aux ellipses de la déformation. Ces directions correspondent aux lignes sans déformation finie (lsdf).

7. Qu'ont de particulier les domaines situés de part et d'autre de ces lsdf? Comment se comporterait un objet géologique, une veine de quartz par exemple, si lors d'un épisode de déformation il se situait dans le champ de raccourcissement de l'ellipse de la déformation? Et s'il se situait dans le champ d'allongement de l'ellipse de la déformation?